

# Concursul Pro-Performanța

## Tipuri de probleme

17 January 2016

**1.** O persoana are mai multe lemne. Pe acestea le taie in bucati obtinand un numar de 124 (fiecare lemn este taiat cel puțin o data). Stiind ca s-au facut 111 taieturi, sa se afle cate lemne au fost la inceput.

Sugestie: La fiecare lemn taiat numarul de bucati e cu unu mai mare decat numarul de taieturi.

**2.** Intr-o urna sunt 15 bile albastre, 16 bile galbene si 17 bile rosii. O persoana extrage doua bile la fiecare pas. Daca acestea sunt de aceeasi culoare, atunci acestea se repun in urna asa cum sunt. Daca sunt de culori diferite se recoloreaza cu a treia culoare si se repun in urna (de exemplu daca sunt de culoare albastra si galbena, le recoloram rosu ). Este posibil ca la un moment dat toate bilele sa fie de aceeasi culoare?

Sugestie: Initial avem numere de bile de forma  $M_3, M_3 + 1, M_3 + 2$ . Dupa fiecare pas numerele bilelor din urna din fiecare culoare nu-si schimba forma (doar ordinea se schimba). Asadar nu putem obtine la un moment dat 48 de bile de o culoare si cate 0 din celelate culori, adica numai multipli de 3.

**3.** Un patrat este impartit in 49 de patrutele egale ( $7 \times 7$ ). In fiecare patratel se afla cate o gaza. La un semn, toate gazele se muta intr-un patratel vecin (doua patrutele sunt vecine daca au o latura comuna). Sa se arate ca exista un patratel care ramane liber.

Sugestie: Coloram patrutelele ca o tabla de sah (alb-negru). Initial sunt 25 gaze in patrutelele albe si 24 in patrutelele negre. Dupa semn, in patrutelele albe vor fi 24 de gaze.

**4.** Un cerc este impartit in 10 sectoare (ca o pizza cu 10 felii). In fiecare sector se afla cate o moneda. Numim mutare schimbarea a doua monede din sectorul in care se afla fiecare intr-un sector vecin. Este posibil ca dupa un numar de mutari toate monedele sa se afle in acelasi sector?

Sugestie: Nu! Coloram alternativ sectoarele cu rosu si verde (5 verzi si 5 rosii). Dupa fiecare mutare numarul de monede "verzi" si numarul de monede "rosii" raman impare. (Deci nu e posibil sa ajungem la par-par).

**5.** Într-o urnă avem 7 bile roșii, 10 bile galbene și 12 bile albastre. Care este numărul minim de bile pe care trebuie să le extragem, fără a le privi, pentru a fi siguri că am extras:

- cel puțin două bile albastre;
- cel puțin câte o bilă de fiecare culoare;
- cel puțin câte 3 bile din două culori diferite.

6. Patru copii, A, B, C și D, fac următoarele afirmații:

- i) A: Exact unul dintre noi minte;
- ii) B: Exact doi dintre noi mint;
- iii) C: Exact trei dintre noi mint;
- iv) D: Toți mințim.

Care dintre copii mint și care spun adevărul? Explicați!

7. Reconstituiți egalitatea următoare:

$$\overline{ARC} \times \overline{AN} = 2010,$$

știind că la litere diferite corespund cifre diferite.

8. Avem o tablă de șah cu 64 de pătrățele (de tipul  $8 \times 8$ ). Într-un pătrățel dintr-un colț al tablei este trecută cifra 1, iar în celelate 63 de pătrățele este cifra 0. Numim "mutare" schimbarea tuturor cifrelor de pe o linie sau de pe o coloană astfel: toate cifrele 0 se transformă în 1 și toate cifrele 1 în 0.

a) Aflați cum se modifică suma cifrelor tuturor cifrelor de pe tablă la o mutare efectuată la un moment dat; (Scrieți toate variantele posibile).

b) Este posibil ca după un număr oarecare de "mutări" să avem cifra 1 în toate pătrățelele tablei?

HINT!

Nu e bine sa ignoram prietenii, nici macar cand e vorba de matematica! (Evident e vorba de probleme cu prietenii!) E bine sa stim si sa cantarim (situatii, obiecte). Balantele sunt utile uneori si azi (nu e vorba de zodii :)).